



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧升级版

主编 肖德好

练习册

高中数学1

北京
专版

必修第一册 RJA



本书为智慧教辅升级版

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。



天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录

01 第一章 集合与常用逻辑用语

PART ONE

1.1 集合的概念	001
1.2 集合间的基本关系	003
1.3 集合的基本运算	005
第1课时 集合的并集、交集	005
第2课时 集合的全集、补集	007
滚动习题(一) [范围 1.1~1.3]	009
1.4 充分条件与必要条件	011
1.4.1 充分条件与必要条件	011
1.4.2 充要条件	013
1.5 全称量词与存在量词	015
1.5.1 全称量词与存在量词	015
1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定	017
滚动习题(二) [范围 1.4~1.5]	019

02 第二章 一元二次函数、方程和不等式

PART TWO

2.1 等式性质与不等式性质	021
第1课时 不等关系与不等式	021
第2课时 等式性质与不等式性质	023
2.2 基本不等式	025
第1课时 利用基本不等式求最值	025
第2课时 基本不等式的简单应用	027
2.3 二次函数与一元二次方程、不等式	029
第1课时 二次函数与一元二次方程、不等式	029
第2课时 一元二次不等式的简单应用	031
滚动习题(三) [范围 2.1~2.3]	033

03 第三章 函数的概念与性质

PART THREE

3.1 函数的概念及其表示	035
3.1.1 函数的概念	035
第1课时 函数的概念(一)	035
第2课时 函数的概念(二)	037
3.1.2 函数的表示法	039
第1课时 函数的表示法	039
第2课时 分段函数	041
3.2 函数的基本性质	043
3.2.1 单调性与最大(小)值	043
第1课时 函数的单调性	043
第2课时 利用单调性求最值	045
3.2.2 奇偶性	047
第1课时 奇偶性的概念	047
第2课时 奇偶性的应用	049
滚动习题(四) [范围 3.1~3.2]	051
3.3 幂函数	053
3.4 函数的应用(一)	055
滚动习题(五) [范围 3.1~3.4]	058

04 第四章 指数函数与对数函数

PART FOUR

4.1 指数	060
4.1.1 n 次方根与分数指数幂	060
4.1.2 无理数指数幂及其运算性质	060
4.2 指数函数	062
4.2.1 指数函数的概念	062
4.2.2 指数函数的图象和性质	064
第1课时 指数函数的图象和性质	064
第2课时 指数函数的图象及其性质的应用	066
滚动习题(六) [范围 4.1~4.2]	068

4.3 对数	070
4.3.1 对数的概念	070
4.3.2 对数的运算	072
4.4 对数函数	074
4.4.1 对数函数的概念	074
4.4.2 对数函数的图象和性质	076
第1课时 对数函数的图象和性质	076
第2课时 对数函数的图象及其性质的应用	078
习题课 指数函数与对数函数的图象与性质	080
4.4.3 不同函数增长的差异	082
▶ 滚动习题(七) [范围 4.3~4.4]	085
4.5 函数的应用(二)	087
4.5.1 函数的零点与方程的解	087
4.5.2 用二分法求方程的近似解	089
4.5.3 函数模型的应用	091
▶ 滚动习题(八) [范围 4.5]	094

05 第五章 三角函数

PART FIVE	
5.1 任意角和弧度制	096
5.1.1 任意角	096
5.1.2 弧度制	098
5.2 三角函数的概念	100
5.2.1 三角函数的概念	100
5.2.2 同角三角函数的基本关系	102
5.3 诱导公式	104
第1课时 诱导公式(一)	104
第2课时 诱导公式(二)	106

▶ 滚动习题(九) [范围 5.1~5.3]	108
5.4 三角函数的图象与性质	110
5.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	110
5.4.2 正弦函数、余弦函数的性质	112
第1课时 周期性与奇偶性	112
第2课时 单调性、最大值与最小值	114
5.4.3 正切函数的性质与图象	116
5.5 三角恒等变换	118
5.5.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	118
第1课时 两角差的余弦公式	118
第2课时 两角和与差的正弦、余弦、正切公式	120
第3课时 二倍角正弦、余弦、正切公式	122
5.5.2 简单的三角恒等变换	124
第1课时 三角函数式的化简与求值	124
第2课时 三角函数公式的应用	126
▶ 滚动习题(十) [范围 5.4~5.5]	128
5.6 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$	130
5.6.1 匀速圆周运动的数学模型	130
5.6.2 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	130
第1课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	130
第2课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质的应用	133
5.7 三角函数的应用	135
▶ 滚动习题(十一) [范围 5.6~5.7]	138

■ 参考答案 (练习册) [另附分册 P141~P212]

■ 导学案 [另附分册 P213~P434]

>> 测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03
单元素养测评卷(三) [第三章]	卷 05
阶段素养测评卷 [第一章~第三章]	卷 07

单元素养测评卷(四) [第四章]	卷 09
单元素养测评卷(五) [第五章]	卷 11
模块素养测评卷 [第一章~第五章]	卷 13
参考答案	卷 15

第一章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合的概念

基础巩固

- 若以集合 A 中的四个元素 a, b, c, d 为边长构成一个四边形,则这个四边形可能是 ()
A. 梯形 B. 平行四边形
C. 菱形 D. 矩形
- 已知集合 $A = \{x, x^2\}$,若 $1 \in A$,则 $x =$ ()
A. 1 或 -1 B. 1
C. -1 D. -1 或 0
- 已知集合 $A = \left\{x \in \mathbf{N}^* \mid \frac{6}{3-x} \in \mathbf{N}^*\right\}$,则用列举法表示 $A =$ ()
A. $\{3, 6\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
- 已知集合 $P = \{y = x^2 + 1\}$, $Q = \{y \mid y = x^2 + 1\}$,
 $E = \{x \mid y = x^2 + 1\}$, $F = \{(x, y) \mid y = x^2 + 1\}$,
 $G = \{x \mid x \geq 1\}$,则 ()
A. P 与 F 是相同的集合
B. Q 与 E 是相同的集合
C. E 与 F 是相同的集合
D. Q 与 G 是相同的集合
- 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2(a+1)x + 4 = 0$ 的解构成的集合为单元素集,则 ()
A. $a = 0$
B. $a = 1$
C. $a = 0$ 或 $a = 1$
D. $a \neq 0$ 且 $a \neq 1$
- 集合 $A = \{3, -1\}$, $B = \{m^2 - 2m, -1\}$,若 A 与 B 的元素相同,则实数 $m =$ ()
A. 3 B. -1
C. 3 或 -1 D. 1
- 集合 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x \mid x = 3a, a \in A\}$,则集合 $B =$ _____.
- 已知集合 $A = \{x \mid x > a - 1\}$,若 $0 \notin A$,则 a 的取值范围是 _____.

9. 用适当的方法表示下列集合.

- 由 1, 2, 3 三个数字中的两个数字(没有重复数字)组成的所有自然数的集合;
- 方程 $\sqrt{2x+1} + |y-2| = 0$ 的解组成的集合;
- 若 $m < 1$,求关于 x 的不等式 $mx - 2 < x + m$ 的解集.

班级	
姓名	
答题区	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. 记方程 $x^2 - x - m = 0$ 的解构成的集合为 M , 若 $2 \in M$, 试写出集合 M 中的所有元素, 并用列举法表示集合 M .

13. 已知 x, y, z 为非零实数, 代数式 $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{|xyz|}{xyz}$ 的值所组成的集合是 M , 则下列结论正确的是 ()

- A. $0 \notin M$ B. $2 \in M$
C. $-4 \notin M$ D. $4 \in M$

14. 设集合 $A = \{(x, y) | x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}, \text{且 } |x| \leq 3, |y| \leq 4\}$, 则集合 A 中元素的个数为 _____.

15. 设 A 是一个非空整数集, 对于 $k \in A$, 若 $k-1 \notin A$, 且 $k+1 \notin A$, 则称 k 是 A 的一个“孤立元”. 给定集合 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 在由 S 的三个元素构成的所有集合中, 不含“孤立元”的集合个数为 _____.

16. 由 $a^2, 2-a, 4$ 所组成的集合记为 A .

(1) 是否存在实数 a , 使得 A 中只含有一个元素? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由.

(2) 若 A 中只含有两个元素, 求 a 的值.

综合提升

11. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则 B 中元素的个数为 ()

- A. 3 B. 6
C. 8 D. 10

12. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $T = \left\{x \mid x = \frac{b}{a}, a, b \in A, a > b\right\}$, 则集合 T 中元素的个数为 ()

- A. 9 B. 10
C. 11 D. 12

1.2 集合间的基本关系

基础巩固

1. 设集合 $A = \{a \mid a^2 = 1\}$, 则下列表示不正确的是 ()
- A. $-1 \in A$
B. $\{1\} = A$
C. $\emptyset \subseteq A$
D. $\{-1, 1\} \subseteq A$
2. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid -1 < x < 5\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 ()
- A. $A \subsetneq B$ B. $A = B$
C. $B \in A$ D. $B \subseteq A$
3. 下列表示错误的是 ()
- A. $\{a\} \in \{a, b\}$
B. $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$
C. $\{-1, 1\} \subseteq \{-1, 0, 1\}$
D. $\emptyset \subseteq \{-1, 1\}$
4. 已知集合 $M \subseteq \{3, 4, 7, 8\}$, 且 M 中至多有一个偶数, 则这样的集合 M 共有 ()
- A. 4 个 B. 6 个
C. 8 个 D. 12 个
5. 已知集合 $A = \{1, 3, a^2\}$, $B = \{1, a + 2\}$, $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值集合为 ()
- A. $\{2\}$ B. $\{-1, 2\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 2\}$
6. 设集合 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 ()
- A. $a \geq 2$ B. $a \leq 1$
C. $a \geq 1$ D. $a \leq 2$
7. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{a^2, 0, -1\} = \{a, b, 0\}$, 则 $a + b$ 的值是_____.
8. 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$, 则集合 C 的真子集的个数为_____.
9. 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 2\}$, $N = \{x \in \mathbf{Z} \mid -2 < x < 2\}$.
- (1) 写出集合 M 的子集、真子集;
(2) 求集合 N 的子集及其个数、真子集及其个数和非空真子集及其个数.

1.3 集合的基本运算

第1课时 集合的并集、交集

基础巩固

1. [2024·北京卷] 已知集合 $M = \{x | -3 < x < 1\}$, $N = \{x | -1 \leq x < 4\}$, 则 $M \cup N =$ ()

- A. $\{x | -1 \leq x < 1\}$
- B. $\{x | x > -3\}$
- C. $\{x | -3 < x < 4\}$
- D. $\{x | x < 4\}$

2. 已知集合 $A = \{x | x - 3 \leq 0\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 2\}$
- B. $\{0, 2, 4\}$
- C. $\{x | x \leq 3\}$
- D. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$

3. 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} | -1 \leq x < 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{0, 1\}$
- B. $\{1, 2, 3\}$
- C. $\{0, 1, 2, 3\}$
- D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

4. 设集合 $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} | 1 \leq x < 3\}$, 则 $(A \cap C) \cup B =$ ()

- A. $\{2\}$
- B. $\{2, 3\}$
- C. $\{-1, 2, 3\}$
- D. $\{1, 2, 3, 4\}$

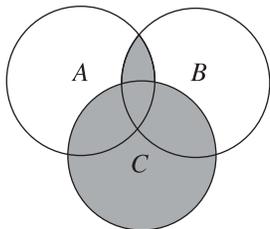
5. 已知集合 $A = \{x | 1 < x < 3\}$, $B = \{x | 2m < x < 1 - m\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是

()

- A. $m \geq \frac{1}{3}$
- B. $0 \leq m < \frac{1}{3}$
- C. $m \leq 0$
- D. $m \geq 0$

6. 图中阴影部分表示的集合为 ()

- A. $(A \cup C) \cap (B \cup C)$
- B. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
- C. $(A \cup B) \cap (B \cup C)$
- D. $(A \cup B) \cap C$



7. 已知集合 $A = \{-1, 3\}$, $B = \{2, a^2\}$, 若 $A \cup B = \{-1, 3, 2, 9\}$, 则实数 $a =$ _____.

8. 已知 $A = \{(x, y) | xy = 12\}$, $B = \{(x, y) | x, y \in \mathbf{N}, y < x\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

9. 已知集合 $A = \{x | 4 \leq x < 8\}$, $B = \{x | 2 \leq x \leq 10\}$, $C = \{x | x < 2a\}$.

(1) 求 $A \cup B$;

(2) 若 $A \cap C \neq \emptyset$, 求 a 的取值范围.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14
15

10. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + ax + b = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + cx + 6 = 0\}$, $A \cup B = \{2, 3\}$, $A \cap B = \{3\}$, 求 a, b, c 的值.

综合提升

11. 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$, $B = \{1, m\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 等于 ()
- A. 0 或 3 B. 0 或 $\sqrt{3}$
 C. 1 或 $\sqrt{3}$ D. 1 或 3 或 0
12. 已知集合 $P = \{y \mid y = x^2 + 2x - 1, x \in \mathbf{N}\}$, $Q = \{y \mid y = -x^2 + 2x - 1, x \in \mathbf{N}\}$, 则 $P \cap Q =$ ()
- A. $\{-1\}$ B. $\{0\}$
 C. \emptyset D. \mathbf{N}
13. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - ax + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid x > 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为 ()
- A. $a < 2$ B. $-2 < a < 2$
 C. $a > -2$ D. $a \geq 2$
14. 已知非空集合 A, B 满足以下两个条件:
 ① $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \emptyset$;
 ② A 的元素个数不是 A 中的元素, B 的元素个数不是 B 中的元素.
 则有序集合对 (A, B) 的个数为 ()
- A. 10 B. 12
 C. 4 D. 16

15. 某社区老年大学秋季班开课, 开设课程有舞蹈、太极、声乐. 已知秋季班课程共有 90 人报名, 其中有 45 人报名舞蹈, 有 26 人报名太极, 有 33 人报名声乐, 同时报名舞蹈和声乐的有 8 人, 同时报名声乐和太极的有 5 人, 没有人同时报名三门课程, 现有下列四个结论:

- ①同时报名舞蹈和太极的有 3 人;
 ②只报名舞蹈的有 36 人;
 ③只报名声乐的有 20 人;
 ④报名两门课程的有 14 人.

其中所有正确结论的序号是 _____.

16. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + 4x - 5 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 2(a+2)x + a^2 + 2a - 2 = 0\}$.
- (1) 若 $A \cap B = \{1\}$, 求实数 a 的值;
 (2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

第2课时 集合的全集、补集

基础巩固

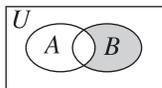
1. 已知集合 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $A = \{x \mid -1 < x < 3, x \in \mathbf{N}\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 - A. $\{-1, 3\}$
 - B. $\{1, 2\}$
 - C. $\{-1, 0, 3\}$
 - D. $\{0, 1, 2\}$
2. 已知全集 $U = \{x \mid -3 < x < 3\}$, 集合 $A = \{x \mid 0 < x < 1\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 - A. $\{x \mid 1 \leq x < 3\}$
 - B. $\{x \mid -3 < x < 0 \text{ 或 } 1 < x < 3\}$
 - C. $\{x \mid 0 < x < 3\}$
 - D. $\{x \mid -3 < x \leq 0 \text{ 或 } 1 \leq x < 3\}$
3. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x \leq 0\}$, $B = \{x \mid x > -1\}$, 则集合 $\complement_U (A \cap B) =$ ()
 - A. $\{x \mid -1 < x \leq 0\}$
 - B. $\{x \mid -1 \leq x \leq 0\}$
 - C. $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 0\}$
 - D. $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x > 0\}$
4. 设全集 $U = \{3, 1, a^2 - 2a + 1\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $\complement_U A = \{0\}$, 则实数 a 的值为 ()
 - A. 0
 - B. 1
 - C. -2
 - D. -1
5. 若全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 且 $\complement_U A = \{2, 3\}$, 则集合 A 的真子集的个数为 ()
 - A. 3
 - B. 6
 - C. 7
 - D. 8
6. 已知全集 U , 集合 $A = \{x \mid x^2 + px - 6 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + qx + 2 = 0\}$, $A \cap (\complement_U B) = \{2\}$, 则 $p + q =$ ()
 - A. 4
 - B. $\frac{5}{3}$
 - C. $\frac{14}{3}$
 - D. 5
7. [2024·丰台期中] 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ _____.
8. 已知全集 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, $A = \{x \mid 1 \leq x < a\}$, 若 $\complement_U A = \{x \mid 2 \leq x \leq 5\}$, 则 $a =$ _____.
9. 设集合 $U = \{x \mid x \leq 5\}$, $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$. 求: (1) $A \cap B$; (2) $\complement_U (A \cup B)$; (3) $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. 已知全集为 \mathbf{R} , 集合 $A = \{x | x < 1\}$, 集合 $B = \{x | x > 3 \text{ 或 } x < -2\}$.
- (1) 求 $A \cup B, A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$;
- (2) 设 $D = A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$, 若 $C = \{x | 1 - m < x < m\}, C \subseteq D$, 求实数 m 的取值范围.

13. [2024 · 丰台期末] 记 $R(A)$ 为非空集合 A 中的元素个数, 定义 $A * B = \begin{cases} R(A) - R(B), R(A) \geq R(B), \\ R(B) - R(A), R(A) < R(B). \end{cases}$ 若 $A = \{1, 2\}, B = \{x | (x^2 + ax)(x^2 + ax + 5) = 0\}$, 且 $A * B = 1$, 设实数 a 的所有可能取值组成的集合是 S , 则 $R(S) =$ ()
- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

14. 设集合 $A = \{x | x \leq a\}, B = \{x | x \geq 2\}$, 若 $(\complement_{\mathbf{R}} B) \cup A = A$, 则 a 的取值范围为_____.
15. 已知全集 U , 给出下列集合: ① $A \cup (\complement_U B)$; ② $B \cap (\complement_U A)$; ③ $\complement_{(A \cup B)} A$; ④ $B \cap [\complement_U (A \cap B)]$. 则图中阴影部分表示的集合是_____.(填序号)



16. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 + 4x + a = 0\}, B = \{x | x^2 + bx - 2 = 0\}$.
- (1) 若集合 A 中只有一个元素, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $(\complement_U A) \cap B = \{2\}, (\complement_U B) \cap A = \{-3\}$, 求 $A \cup B$.

综合提升

11. 学校开运动会, 设全集为 $U, A = \{x | x \text{ 是参加 } 100 \text{ 米跑的同学}\}, B = \{x | x \text{ 是参加 } 200 \text{ 米跑的同学}\}, C = \{x | x \text{ 是参加 } 400 \text{ 米跑的同学}\}$. 学校规定, 每位参加上述比赛的同学最多只能参加两项比赛, 则可以正确说明这项规定的是 ()
- A. $(A \cap B) \cup C = \emptyset$
B. $(A \cup B) \cap C = \emptyset$
C. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \emptyset$
D. $(A \cap B) \cap C = \emptyset$
12. 已知全集 $U = \{1, 2, a^2 + 2a - 3\}$, 且 $A = \{|a - 2|, 2\}, \complement_U A = \{0\}$, 则 a 的值为 ()
- A. -3 或 1 B. 2
C. 3 或 1 D. 1

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

四、解答题(本大题共 3 小题,共 40 分)

- 13.** (13 分)已知集合 $A = \{x \mid -3 \leq x < 6\}$, $B = \{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 8\}$, 求:
- (1) $A \cap B$;
 - (2) $A \cup B$;
 - (3) $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$.

- 14.** (13 分)已知集合 $A = \{x \mid 2a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 7\}$, $C = \{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$.
- (1) 当 $a = -1$ 时, 求 $(A \cap B) \cup C$;
 - (2) 若 $A \cup C = \mathbf{R}$, 且 a 为整数, 求 $\complement_B A$.

- 15.** (14 分)已知集合 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid m - 1 \leq x \leq m + 1\}$.
- (1) 若 $m = 1$, 求 $A \cup B$;
 - (2) 在① $\complement_{\mathbf{R}} A \subseteq \complement_{\mathbf{R}} B$, ② $A \cup B = A$, ③ $A \cap B = B$ 中任选一个作为已知条件, 求实数 m 的取值范围.
- 注: 若选择多个条件分别解答, 则按第一个解答计分.

1.4 充分条件与必要条件

1.4.1 充分条件与必要条件

基础巩固

1. 设 a 是实数, 则 $a > 2$ 的一个必要条件是 ()
A. $a > 3$ B. $a < 1$
C. $a < 5$ D. $a > 1$
2. 不等式 $-5x + 3 \geq 0$ 成立的一个充分条件是 ()
A. $x < 0$ B. $x \geq 0$
C. $x \leq 1$ D. $x > 1$
3. 钱大姐常说“好货不便宜”, 她这句话的意思是“好货”是“不便宜”的 ()
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 无法判断
D. 既不是充分条件也不是必要条件
4. 下列选项中, p 不是 q 的充分条件的是 ()
A. $p: a$ 是无理数, $q: a^2$ 是无理数
B. p : 四边形为等腰梯形, q : 四边形的对角线相等
C. $p: x > 2, q: x \geq 1$
D. $p: a = b, q: ac^2 = bc^2$
5. 若集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}, Q = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 5\}$, 则“ $x \in P$ ”是“ $x \in \complement_{\mathbb{R}} Q$ ”的 ()
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 无法判断
D. 既不是充分条件也不是必要条件
6. 若不等式 $-a < x < a$ 成立的一个充分条件为 $0 < x < 1$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $0 < a \leq 1$ B. $0 < a < 1$
C. $a \geq 1$ D. $a > 1$
7. 已知 α : 四边形 $ABCD$ 是正方形, β : 四边形 $ABCD$ 的四个角都是直角, 则 α 是 β 的 _____ 条件. (填“充分不必要”或“必要不充分”)
8. $2x > 5$ 成立的一个充分不必要条件为 _____.

9. 判断下列情况中 p 是 q 的什么条件.
(1) 设 x, y 是实数, $p: x > y, q: |x| > |y|$;
(2) $p: a \in \mathbf{N}, q: a \in \mathbf{Z}$;
(3) 设点 A 与 D 不重合, p : 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中线上, $q: S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14
15

10. 已知集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x \mid m - 2 \leq x \leq m + 2\}$.
- (1) 若 $m = 1$, 求 $A \cap B$ 和 $A \cup B$;
- (2) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分条件, 求实数 m 的取值范围.

13. “一元二次方程 $(x-a)(x-a-1)=0$ 有一个正实数根和一个负实数根”的一个充分条件是 ()

- A. $-2 < a < 0$
 B. $-1 < a \leq 0$
 C. $-\frac{1}{2} < a < 0$
 D. $-1 \leq a \leq 0$

14. 已知方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负实数根的一个必要不充分条件为 $a \leq m + 1$, 则实数 m 的取值范围是_____.

15. 已知 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, $A = \{y \mid y = x - [x]\}$, $B = \{y \mid 0 \leq y \leq m\}$, 若 $y \in A$ 是 $y \in B$ 的充分不必要条件, 则 m 的取值范围是_____.

16. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid \text{点}(x-1, x-a) \text{不在第一、三象限}\}$, 集合 $B = \{t \mid 1 \leq t < 3\}$, 若“ $y \in B$ ”是“ $y \in A$ ”的必要条件, 求实数 a 的取值范围.

综合提升

11. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $ab = 0$ ”的一个充分条件是 ()

- A. $a - b = 0$ B. $a + b = 0$
 C. $a^2 - b^2 = 0$ D. $a^2 + b^2 = 0$

12. 甲、乙、丙、丁四位同学在玩一个猜数字游戏, 甲、乙、丙分别写出集合 $A = \{x \mid -1 < ax < \frac{3}{2}\}$, $B = \{x \mid -3 \leq x \leq 5\}$, $C = \{x \mid 0 < x < \frac{2}{3}\}$, 然后他们三人各用一句话来正确描述 a 表示的数字, 并让丁同学猜出该数字, 以下是甲、乙、丙三位同学的描述. 甲: 此数为小于 5 的正整数; 乙: $x \in B$ 是 $x \in A$ 的必要条件; 丙: $x \in C$ 是 $x \in A$ 的充分条件. 据此可得, a 表示的数字是 ()

- A. 1 或 2 B. 2 或 3
 C. 3 或 4 D. 1 或 3

1.4.2 充要条件

基础巩固

- “ $x > 4$ ”是“ $x > 2$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- “两个三角形相似”是“两个三角形的三边对应成比例”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- “ $a = 0$ ”是“关于 x 的不等式 $ax - b \geq 1$ 的解集为 \mathbf{R} ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $abc = 0$ ”是“ $a^4 + b^4 + c^4 = 0$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 既不充分也不必要条件
 - 充要条件
- “等式 $|a + b| = ||a| - |b||$ 成立”的充要条件是 ()
 - $ab = 0$
 - $ab > 0$
 - $ab \geq 0$
 - $ab \leq 0$
- 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $xy + 1 = x + y$ ”的充要条件为 ()
 - x, y 至少有一个为 1
 - x, y 都为 1
 - x, y 都不为 1
 - $x^2 + y^2 = 2$
- 下列条件可作为“两条直线平行”的充要条件的是 _____. (填序号)
 - 同位角相等;
 - 内错角相等;
 - 同旁内角互补;
 - 同旁内角相等.
- 若“ $x < -2$ ”是“ $x \leq a$ ”的必要不充分条件, 则 a 的取值范围是 _____.
- 指出下列各题中 p 是 q 的什么条件.
 - $p: x - 3 = 0, q: (x - 2)(x - 3) = 0$;
 - p : 两个三角形相似, q : 两个三角形全等;
 - p : 关于 x 的方程 $ax^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, $q: a > -1$;
 - $p: A \cup B = A, q: A \cap B = B$.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14
15

10. 求证:一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过坐标原点的充要条件是 $b=0$.

14. 已知下面四个条件,选择正确的序号填空.

① $a > b + 1$; ② $a > b - 1$; ③ $a^2 > b^2$; ④ $a^3 > b^3$.

“ $a > b$ ”的充分不必要条件是_____ ; “ $a > b$ ”的必要不充分条件是_____ ; “ $a > b$ ”的充要条件是_____ ; “ $a > b$ ”的既不充分也不必要条件是_____ .

15. 已知集合 $A = \{x | x > 2\}$, $B = \{x | bx > 1\}$, 其中 b 为实数.

(1) 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充要条件, 则 $b =$ _____ .

(2) 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 则 b 的取值范围为_____ .

16. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 求证: $|x+y|^2 = |x|^2 + |y|^2$ 成立的充要条件是 $xy=0$.

综合提升

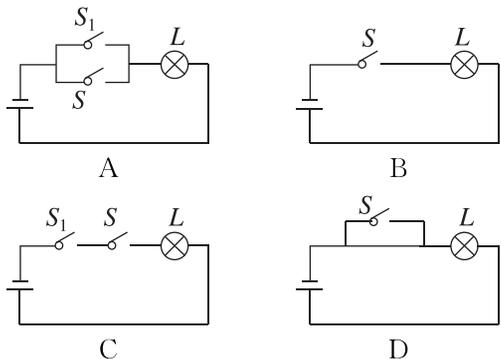
11. 下列说法中正确的是 ()

- A. “ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的充分条件
- B. “ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的必要条件
- C. “ $a+5$ 是无理数”是“ a 是无理数”的充分不必要条件
- D. “ $x=1$ ”是“ $x^2+2x-3=0$ ”的充分条件

12. 一元二次方程 $ax^2+2x+1=0(a \neq 0)$ 有一个正根和一个负根的充分不必要条件可以是 ()

- A. $a < 0$ B. $a > 0$
- C. $a < -1$ D. $a > 1$

13. 设计如图所示的四个电路图, 条件 p : 灯泡 L 亮; 条件 q : 开关 S 闭合. 则满足 p 是 q 的必要不充分条件的电路图是 ()



1.5 全称量词与存在量词

1.5.1 全称量词与存在量词

基础巩固

1. 下列命题中为全称量词命题的是 ()
- A. 有些实数没有倒数
B. 所有的矩形都有外接圆
C. 存在一个实数与它的相反数的和为 0
D. 过直线外一点有一条直线和已知直线平行
2. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 3$ ”的另一种写法是 ()
- A. 有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
B. 有一些 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
C. 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 > 3$
D. 至少有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
3. 下列命题中为真命题的是 ()
- A. $\forall x \in \mathbf{R}, |x| > 0$
B. $\exists x \in \mathbf{R}, |x| < 0$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 > 0$
D. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 < 0$
4. 已知集合 $P = \{1, 2, 4, 5, 6\}, M = \{2, 4, 6\}$, 则下列命题中为真命题的是 ()
- A. $\forall x \in P, x \in M$
B. $\forall x \in P, x \notin M$
C. $\exists x \in M, x \notin P$
D. $\exists x \in P, x \notin M$
5. 下列命题中, 既是全称量词命题又是真命题的是 ()
- A. 每一个命题都能判断真假
B. 存在一条直线与两条相交直线都平行
C. 对任意实数 a, b , 若 $a < b$, 则 $a^2 < b^2$
D. 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $\sqrt{x^2 - x + 1} = 0$
6. 下列存在量词命题中是假命题的是 ()
- A. 存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使 $2x - x^3 = 0$
B. 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 + x + 1 = 0$
C. 有的素数是偶数
D. 有的有理数没有倒数
7. 若“ $\forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 2\}, ax + 1 > 0$ ”是真命题, 则 a 的取值范围是 ()
- A. $a > -\frac{1}{2}$ B. $a \geq -\frac{1}{2}$
C. $a > -1$ D. $a \geq -1$
8. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 5 = 0$ ”是 _____ (填“全称量词命题”或“存在量词命题”), 它是 _____ (填“真”或“假”)命题.
9. 指出下列命题中, 哪些是全称量词命题, 哪些是存在量词命题, 并判断其真假.
- (1) 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 1 \geq 2$;
(2) 存在一个四边形不是平行四边形;
(3) 直角坐标系内任何一条直线都与 x 轴有交点;
(4) 每个二次函数都有最小值;
(5) 存在实数 x , 使得 $x^2 - 3x - 4 = 0$;
(6) 存在一对整数 x, y , 使得 $2x + 4y = 6$.

班级
姓名

题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14

10. 若对于一切 $x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$, 都有 $|x| > ax$, 求实数 a 的取值范围.

13. 已知真分数 $\frac{a}{b}$ ($b > a > 0$) 满足 $\frac{a+1}{b+1} > \frac{a}{b}$, $\frac{a+2}{b+2} > \frac{a+1}{b+1}$, $\frac{a+3}{b+3} > \frac{a+2}{b+2}$, \dots . 根据上述性质, 写出一个全称量词命题: _____.

14. 已知 $p: \exists x \in \left\{x \mid x \geq -\frac{1}{2}\right\}, 2x+2-a=0$ 为真命题, 则实数 a 的取值范围为 _____.

15. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x + 5$.
 (1) 若“对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $m + y > 0$ 恒成立”为真命题, 求实数 m 的取值范围;
 (2) 若“存在实数 x , 使不等式 $m - y > 0$ 成立”为真命题, 求实数 m 的取值范围.

综合提升

11. 已知 $p: \exists x \in \mathbf{R}, (m+1)(x^2+1) \leq 0, q: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - mx + 1 > 0$. 若 p 和 q 至多有一个为真命题, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $m \geq 2$
- B. $m \leq -1$ 或 $m > 2$
- C. $m \leq -2$ 或 $m \geq 2$
- D. $m \leq -2$ 或 $m > -1$

12. 已知 $p: \forall x \in \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}, x^2 - a < 0, q: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 - a = 0$. 若 p 和 q 都是真命题, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 4$
- B. $a < 4$
- C. $a \geq 1$
- D. $a \leq 1$

1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定

基础巩固

- 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 \geq 0$ ”的否定是 ()
 - $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 \geq 0$
 - $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 > 0$
 - $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 < 0$
 - $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 < 0$
- “至多四个”的否定为 ()
 - 至少四个
 - 多于四个
 - 有四个
 - 有五个
- 设命题 $p: \exists n \in \mathbf{N}, n^2 > 2n + 5$, 则 p 的否定为 ()
 - $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 > 2n + 5$
 - $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2n + 5$
 - $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2n + 5$
 - $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 < 2n + 5$
- 命题“任意圆的内接四边形是矩形”的否定为 ()
 - 每一个圆的内接四边形是矩形
 - 有的圆的内接四边形不是矩形
 - 所有圆的内接四边形不是矩形
 - 存在一个圆的内接四边形是矩形
- 设命题 p : 任一实数的平方都不小于 0, 则命题 p 的否定是 ()
 - $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 \geq 0$
 - $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 < 0$
 - $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 0$
 - $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 > 0$
- 命题“存在一个实数, 它的绝对值不是正数”的否定是 ()
 - 存在一个实数, 它的绝对值是正数
 - 存在无数个实数, 它的绝对值不是正数
 - 任意一个实数, 它的绝对值都不是正数
 - 任意一个实数, 它的绝对值都是正数
- 命题“对于所有的实数 x , 都有 $x^2 - x + 1 = 0$ ”可用符号记为 _____, 该命题的否定为 _____.
- 命题“ $\exists x \in \mathbf{Q}, x^2 - x + 1 \in \mathbf{Z}$ ”为 _____ (填“真”或“假”)命题, 其否定为 _____.
- 写出下列命题的否定, 并判断所得命题的真假.
 - 存在一个四边形, 它的对角线互相垂直;
 - 某些平行四边形是菱形;
 - 所有二次函数的图象都开口向上;
 - 存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使得 $x^2 = 6$;
 - 不论 m 取何实数, 方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 都有实数根;
 - $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 5 > 0$.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. 已知 $p: \forall x \in \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}, a \geq x + 1, q: \exists x \in \mathbf{R}, 2x^2 + 5x + a = 0$, 若 p 的否定是假命题, q 是真命题, 求实数 a 的取值范围.

14. 已知 $p: \forall x \in \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}, x^2 + 2 \geq 5a, q: \exists x \in \{x \mid -2 \leq x \leq 1\}, ax + a - 1 > 0$, 若 p 是真命题, q 是假命题, 则 a 的取值范围为 _____.

15. 设 A, B 为两个非空数集, 且 A 与 B 之间不存在包含关系, 给出下列三个命题:
 ①对任意的 $x \in A$, 有 $x \notin B$;
 ②对任意的 $x \in B$, 有 $x \notin A$;
 ③存在 $x \in A$, 使得 $x \notin B$.

上述三个命题的否定是真命题的序号是 _____.

16. 某学校开展小组合作学习模式, 高二某班某组王小一同学给组内王小二同学出题如下: 若“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + m \leq 0$ ”是假命题, 求 m 的取值范围. 王小二略加思索, 反手给了王小一一道题: 若“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + m > 0$ ”是真命题, 求 m 的取值范围. 你认为两位同学出的题中 m 的取值范围是否一致? 请说明理由.

综合提升

11. 若“ $\exists x \in \{x \mid 1 < x < 2\}, a > 2x$ ”为假命题, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a < 2$ B. $a \leq 2$
 C. $a < 4$ D. $a \leq 4$

12. 已知集合 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq a\}$, 集合 $B = \{x \mid m^2 + 3 \leq x \leq m^2 + 4\}$, 若“ $\exists m \in \mathbf{R}, A \cap B \neq \emptyset$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $a < 3$ B. $a < 4$
 C. $1 < a < 5$ D. $0 < a < 4$

13. 若“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x - a = 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.

滚动习题(二)

范围 1.4~1.5

(时间:45分钟 分值:100分)

一、选择题(本大题共8小题,每小题5分,共40分)

1. “所有的长方体都有12条棱”的否定是 ()

- A. 所有的长方体都没有12条棱
- B. 有些长方体没有12条棱
- C. 有些长方体有12条棱
- D. 所有的长方体不都有12条棱

2. 下列命题中为假命题的是 ()

- A. $\exists x \in \mathbf{N}, \sqrt{x^2+1} \in \mathbf{N}$
- B. 存在集合 A , 使得 $A \subseteq \emptyset$
- C. $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 - 2x + 1 > 0$
- D. $\forall x \in \mathbf{R}, 3x^2 + 1 \neq 0$

3. 命题“ $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 = \sqrt{2}x - 1$ ”的否定是 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$
- B. $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 = \sqrt{2}x - 1$
- C. $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$
- D. $\exists x \notin \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$

4. “ $a < 0$ ”是“关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负根”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5. 已知 $p: \frac{1}{x} > 1$, 那么 p 的一个充分条件是 ()

- A. $1 < x < 3$
- B. $-1 < x < 1$
- C. $\frac{1}{3} < x < \frac{3}{4}$
- D. $\frac{1}{2} < x < 5$

6. 已知 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a = 0 (a \in \mathbf{R})$, 则 p 为真命题的一个充分不必要条件是 ()

- A. $a > -2$
- B. $a < 2$
- C. $a \leq 1$
- D. $a < 0$

7. “关于 x 的方程 $x^2 + 2x + m - 1 = 0$ 至多有一个实数解”的一个必要不充分条件是 ()

- A. $m \geq 2$
- B. $m > 1$
- C. $m \leq 2$
- D. $m < 1$

8. [2024·昌平期末] 高一年级某班30名同学参加体能测试, 给出下列三个判断:

- ①有人通过了体能测试;
- ②同学甲没有通过体能测试;
- ③有人没有通过体能测试.

若这三个判断中只有一个是真的, 则下列说法中正确的是 ()

- A. 只有1名同学通过了体能测试
- B. 只有1名同学没有通过体能测试
- C. 30名同学都通过了体能测试
- D. 30名同学都没有通过体能测试

二、填空题(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

9. 若“ $x = 2$ ”是“ $x^2 - 2x + c = 0$ ”的充分条件, 则 $c =$ _____.

10. 命题“存在一个实数对 (x, y) , 使 $2x + 3y + 3 < 0$ 成立”的否定是 _____.

11. “ $x > 1$ 且 $y > 1$ ”的充要条件是“ $x + y > 2$ 且 _____”.

12. 若“对任意 $x \in \{x \mid -2 < x < 4\}$, 一次函数 $y = 2x - m$ 的图象总在 x 轴下方”为真命题, 则实数 m 的取值范围是 _____.

三、解答题(本大题共3小题, 共40分)

13. (13分) 写出下列命题的否定, 并判断所得命题的真假.

- (1) 有一个奇数不能被3整除;
- (2) 有些三角形的三个内角都是 60° ;
- (3) $\exists x \in \mathbf{R}, |x + 1| \leq 1$.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11
12	

14. (13分) 已知 p : 关于 x 的方程 $x^2 - 2ax + a^2 + a - 2 = 0$ 有实数根, $q: m - 1 \leq a \leq m + 3$.
- (1) 若 p 的否定是真命题, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 p 是 q 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

15. (14分) 已知 a, b, c 均为实数, 证明: “ $ac < 0$ ”是“关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个正根和一个负根”的充要条件.